**Xác định bộ tham số chuyển đổi tọa độ giữa hai hệ quy chiếu trong trắc địa theo công thức molodenski mở rộng**

***GV: Nguyễn Tuấn Anh***

*Bộ môn: Địa chất – Trắc địa*

Giả sử tồn tại n (n >3) điểm có tọa độ đã biết trước trong hai hệ tọa độ ( không gian hay trắc địa) S1(X1i , Y1i, Z1i) hoặc (B1i, L1i, H1i) và S2(X2i, Y2i, Z2i) hoặc (B2i, L2i, H2i) (i=1...n), khi đó việc xác định các tham số được tiến hành theo mô hình như sau:

hoặc:

Với :

B, L, H : Vĩ độ, kinh độ và cao độ trắc địa.

ΔX, ΔY, ΔZ : gia số gốc tọa độ S2 trong S1.

ωx , ωy , ωz : 3 góc xoay Euler theo trục x,y và z.

ΔS : Gia số tỷ lệ giữa S1 và S2 .

Như vậy, để chuyển đổi tọa độ từ một hệ A sang hệ B, việc cần làm đầu tiên là phải chuẩn bị một tập T(AB) gồm 7 tham số chuyển đổi ΔX, ΔY, ΔZ, ωx, ωy, ωz và ΔS kèm lưu ý những tính chất sau đây:

T (BA) = -T (AB).

T (AB) + T (BC) = T (AC).

Các tham số này thường được xác định bằng phép so sánh hai tập tọa độ trên cùng những điểm như nhau, một trong hệ A và một trong hệ B.

Sau khi đã có 7 tham số, căn cứ vào mục đích sử dụng ngưới ta lựa chọn một công thức chuyển đổi thích hợp: hoặc là thông qua toạ độ không gian 3 chiều XYZ, hoặc là thông qua tọa độ trắc địa B, L, H để tính chuyển tọa độ tại những điểm có nhu cầu.

Z1

Z2

ωz

O2

ωx

ωy

Y2

O1

Y1

X2

X1

*Hình 1 –Mô hình chuyển đổi 2 hệ quy chiếu khác nhau với các góc xoay*

Ta có : ,

Với

 

 

 

Suy ra :



Với bài toán chuyển đổi hệ quy chiếu các góc xoay ωx, ωy ,ωz thường quá nhỏ, như vậy có thể viết như sau:

 

Trong đó: 

Khi đó chúng ta nhận được công thức tính chuyển đổi tọa độ giữa các hệ S1 và S2 như sau :

 

Và

 

Nếu giữa S1 và S2 tồn tại gia số tỷ lệ ΔS thì khi đó:

 

Việc chuyển đổi hai hệ quy chiếu khác nhau được thực hiện theo công thức của Molodenski mở rộng với 7 tham số chuyển đổi tọa độ được giải theo phương pháp bình phương nhỏ nhất:

 

Trong đó:

n : là số điểm trùng trên hai hệ tọa độ .

H  : là số hiệu chỉnh về hiệu độ cao.

,  : là số hiệu chỉnh về hiệu tọa độ trắc địa

Tuy nhiên, trong trường hợp này Δa, Δf là những trị biết trước, được coi là những thành phần trong số hạng tự do của phương trình số hiệu chỉnh , ,H dưới đây:

 (\*)

Trong đó:

B1, L1, H1 là tọa độ trắc địa và cao độ trong hệ tọa độ trắc địa 1.

B2, L2 , H2 là tọa độ trắc địa và cao độ trong hệ tọa độ trắc địa 2.

Khi đó, ta đưa phương trình trên về dạng:



với trọng số *P*

X(7,1) : ma trận các tham số chuyển đổi;

L(3n,1): ma trận số hạng tự do;

A(3n,7): Ma trận hệ số phương trình số hiệu chỉnh;

V(3n,1): Ma trận số hiệu chỉnh.

P(3n,3n) : Ma trận trọng số (ma trận đường chéo) của hệ phương trình số hiệu chỉnh được xác định như sau:



Trong đó:

: các sai số trung phương (SSTP) của các giá trị *B1i, L1i, H1i* của hệ S1 và *B2i, L2i, H2i* của hệ S2 ; đơn vị *mB, mL* là radian, *mH*là mét.

Trong trường hợp giữa hai hệ không có sai số thì *P=E* (ma trận đơn vị)

Lập hệ phương trình chuẩn :

 **** (\*\*)

Trong nội dung nghiên cứu của mình, tác giả sử dụng dữ liệu tọa độ và độ cao đo được tại 9 điểm trong hai hệ quy chiếu khác nhau như sau:

*Bảng 1: Kết quả đo tọa độ và độ cao*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **TT** | **HỆ QUY CHIẾU 1** | **HỆ QUY CHIẾU 2** |
| **B** | **L** | **H(m)** | **B** | **L** | **H(m)** |
| 1 | 210747.5819 | 1054641.8194 | -19.1256 | 210748.1345 | 1054640.5945 | 42.6000 |
| 2 | 222040.3550 | 1041122.7706 | 364.2440 | 222040.7786 | 1041121.6764 | 425.9770 |
| 3 | 185526.5030 | 1050918.1291 | 176.6436 | 185527.2725 | 1050916.9743 | 236.8209 |
| 4 | 172900.6802 | 1063723.6254 | 4.1871 | 172901.6010 | 1063722.3512 | 62.8517 |
| 5 | 223915.1543 | 1050042.1209 | 632.4911 | 223915.5514 | 1050040.9513 | 693.8638 |
| 6 | 213029.5658 | 1075004.2256 | -20.8154 | 213030.0959 | 1075002.8074 | 38.6261 |
| 7 | 160356.7039 | 1081311.7910 | 22.2471 | 160357.7728 | 1081310.3766 | 79.0305 |
| 8 | 154333.9305 | 1074610.7055 | 633.9311 | 154335.0306 | 1074609.3316 | 690.8361 |
| 9 | 135844.6991 | 1080015.2203 | 773.2832 | 135845.9745 | 1080013.8317 | 828.9467 |

Trong đó bán trục lớn a = 6378137m ; bán trục nhỏ b = 6356752.31425m, độ dẹt f = 298.257223563, và độ lệch tâm thứ nhất e2 = 0.00669437999013.

Để thực hiện được bài toán chuyển đổi, trước hết cần chuyển giá trị tọa độ BL từ độ phút giây sang radian. Sau đó, xác định bán kính cung pháp thứ nhất:

 

và bán kính cung kinh tuyến:

 

Kết quả thu được như sau:

*Bảng 2: Kết quả tính bán kính cung pháp và cung kinh tuyến*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **TT** | **N** | **M** | **TT** | **N** | **M** |
| 1 | 6380913.05535166 | 6343715.34250254 | 6 | 6381008.66847900 | 6344000.51401930 |
| 2 | 6381224.85822691 | 6344645.34358025 | 7 | 6379772.63362770 | 6340314.62955372 |
| 3 | 6380383.65011090 | 6342136.51632637 | 8 | 6379705.90776124 | 6340115.69210557 |
| 4 | 6380064.80021969 | 6341185.74819314 | 9 | 6379383.17501303 | 6339153.55083329 |
| 5 | 6381306.56501720 | 6344889.06195211 |  |  |  |

Tiếp theo cần phải tính toán các giá trị trong công thức (\*), kết quả thu được như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **CT** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| N\*e2\*sinB\*cosB/a | 0.002251942 | 0.002355082 | 0.002054457 | 0.001918872 | 0.002380709 | 0.002284508 | 0.001780707 | 0.001746949 | 0.001569559 |
| (a\*M/b + b\*N/a)\*sinB\*cosB | 4278593.818 | 4474775.289 | 3903058.32 | 3645290.44 | 4523526.237 | 4340533.584 | 3382663.741 | 3318501.588 | 2981380.35 |
| N\*e2\*sinB\*cosB | -14363.19157 | -15021.03623 | -13103.6107 | -12238.8268 | -15184.4901 | -14570.90424 | -11357.5949 | -11142.28132 | -10010.86142 |
| a/N | -0.999564944 | -0.999516103 | -0.999647882 | -0.99969784 | -0.999503305 | -0.999549966 | -0.999743622 | -0.999754078 | -0.999804656 |
| b\*N\*(sinB)2/a | 826408.3972 | 919207.0452 | 668836.6376 | 573928.1004 | 943523.8383 | 854865.2201 | 486957.9239 | 467094.8604 | 371020.3239 |
| N\*(1-e2\*(sinB)2) + H | 6375343.027 | 6375414.88 | 6376067.785 | 6376213.969 | 6375601.5 | 6375245.808 | 6376524.033 | 6377202.409 | 6377664.352 |
| sinB\*cosL | -0.09802102 | -0.093193291 | -0.084786027 | -0.085946506 | -0.09976495 | -0.112288692 | -0.086527153 | -0.08271854 | -0.074665463 |
| sinB\*sinL | -0.346900755 | -0.368576027 | -0.313035145 | -0.287875474 | -0.372023964 | -0.349016004 | -0.262865443 | -0.25810789 | -0.229738983 |
| cosB | 0.932765644 | 0.924914441 | 0.945949432 | 0.953803391 | 0.922846209 | 0.930365024 | 0.960944749 | 0.962568418 | 0.97038398 |
| sinL | -0.962321127 | -0.96948961 | -0.965221956 | -0.95820667 | -0.965872953 | -0.951945111 | -0.949863285 | -0.952291239 | -0.951033711 |
| cosL | -0.271915518 | -0.245132404 | -0.26143178 | -0.286076874 | -0.259016289 | -0.306268682 | -0.31266554 | -0.305190753 | -0.309087172 |
| cosB\*cosL | -0.253633453 | -0.2267265 | -0.247301244 | -0.272861093 | -0.239032201 | -0.284941669 | -0.300454309 | -0.29376698 | -0.29993324 |
| cosB\*sinL | 0.897620085 | 0.896694941 | 0.913051161 | 0.913940771 | 0.891352193 | 0.885656437 | 0.912766136 | 0.916645472 | 0.922867878 |
| sinB | 0.360483361 | 0.380175324 | 0.324314157 | 0.300431507 | 0.385168632 | 0.366634588 | 0.276740292 | 0.271038816 | 0.241567655 |
| (N\*(1-e2\*(sinB)2)+H)\*sinL/ρ | -107078.1712 | -107877.0294 | -107413.158 | -106634.9181 | -107477.7427 | -105922.0091 | -105711.5571 | -105993.0424 | -105860.7431 |
| (N\*(1-e2(sinB)2) + H)\*cosL/ρ | -30256.23728 | -27276.36811 | -29093.01109 | -31836.3303 | -28822.09924 | -34078.21911 | -34796.96665 | -33968.70102 | -34404.87686 |
| ((N\*(1-e2) + H)\*sinBcosL/ρ | -10843.28802 | -10310.36198 | -9378.717302 | -9506.351428 | -11038.02037 | -12421.79024 | -9570.164425 | -9149.707792 | -8258.700325 |
| ((N\*(1-e2) + H)\*sinBsinL/ρ | 38374.87919 | 40777.10119 | 34626.79199 | 31841.26425 | 41160.82954 | 38609.44067 | 29073.71188 | 28549.96913 | 25411.28565 |
| (N+H)\*cosB/ρ | -103879.8788 | -103016.7312 | -105342.6175 | -106209.0697 | -102792.0086 | -103614.0527 | -106999.6855 | -107189.6339 | -108056.8528 |
| N\*e2\*sinB\*cosB\*sinL/ρ | -241.2394562 | -254.1677361 | -220.7473719 | -204.6804419 | -255.9750198 | -242.089403 | -188.2889542 | -185.1915967 | -166.1669808 |
| N\*e2\*sinB\*cosB\*cosL/ρ | -68.16513721 | -64.26551392 | -59.78974884 | -61.10825864 | -68.64432798 | -77.88726618 | -61.9788852 | -59.35029166 | -54.0044812 |

*Bảng 3: Kết quả tính giá trị trong công thức Molodenski mở rộng*

Với 9 điểm đo ta xác định được ma trận A có kích thước 27x7 và ma trận L có kích thước 27x1, còn ma trận P là ma trận đơn vị có kích thước 27x27. Thay các giá trị vào công thức (\*\*) ta sẽ thu được kết quả bộ 7 tham số như sau:

*Bảng 4: Kết quả tính 7 tham số chuyển đổi tọa độ*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Δm | ΔX | ΔY | ΔZ | ωX | ωY | ωZ |
| -9.70926E-06 | -23.1195377 | 6.688005155 | -29.66768758 | -0.000217499 | -0.000134786 | 0.000163185 |

Trong thực tiễn hiện nay trên lãnh thổ nước ta đã thực hiện đo đạc trong hệ quy chiếu VN2000 nhưng vẫn có một số tài liệu bản đồ trước đây được đo đạc, thành lập trong hệ quy chiếu HN72. Ngoài ra sự phát triển của công nghệ GNSS bắt buộc chúng ta cần biết tới bộ 7 tham số chuyển đổi tọa độ để cài đặt khi sử dụng các máy thu tín hiệu GNSS, do các máy thu tín hiệu vệ tinh đều được thiết kế để đo đạc trong hệ quy chiếu quốc tế WGS84.

Kết quả của nghiên cứu đã xác định được bộ 7 tham số chuyển đổi tọa độ giữa hai hệ quy chiếu, giúp người đọc hiểu rõ hơn về phương pháp chuyển đổi giữa hai hệ tọa độ trong trắc địa.

**Tài liệu tham khảo**

[1] Phạm Hoàng Lân, *Giáo trình Trắc địa cao cấp đại cương,* Trường Đại học Mỏ Địa chất, 2017.

[2] Quyết định số: 05/2007/QĐ-BTNMT về sử dụng hệ thống tham số tính chuyển giữa Hệ tọa độ quốc tế WGS-84 và Hệ tọa độ quốc gia VN2000.

[3] Thông tư số: 1123/ĐĐBĐ-CNTĐ về hướng dẫn sử dụng các tham số tính chuyển giữa Hệ tọa độ quốc tế WGS-84 và Hệ tọa độ quốc gia VN-2000.

[4] Vũ Đình Toàn, *Sự cần thiết sử dụng các tham số tính chuyển tọa độ khi xử lý số liệu GPS trong hệ tọa độ VN-2000 ở Việt Nam,* Tạp chí KHKT Mỏ - Địa chất số 41, 2013.